



Волинський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра теорії функцій та методики навчання математики

СИЛАБУС
вибіркового освітнього компонента № 2
СИНГУЛЯРНІ ІНТЕГРАЛИ ТА ЇХ
АПРОКСИМАТИВНІ ВЛАСТИВОСТІ

Рівень вищої освіти	Третій (освітньо-науковий) рівень
Галузь знань	Е Природничі науки, математика та статистика
Спеціальність	Е7 Математика
Освітня програма	Наближення класів періодичних функцій
Форма здобуття освіти	Денна
Розробник (викладач)	Харкевич Юрій Іліодорович, кандидат фіз.-мат. наук, професор
Контактна інформація	Електронна адреса викладача: kharkevich.yuriy@vnu.edu.ua Телефон: 099-763-97-54
Семестр, курс	2 семестр, I курс
Обсяг освітнього компонента	Загальний обсяг: 4 кредити / 120 годин. Аудиторних годин: 24; з них: лекцій – 10 год., практичних – 14 год. Самостійної роботи: 88 годин. Консультацій: 8 год.
Форма контролю	Залік
Мова навчання	Українська
Дні занять	Аудиторні заняття проводяться за розкладом: http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
Анотація курсу	Силабус вибіркового освітнього компонента «Сингулярні інтеграли та їх апроксимативні властивості» розроблено з урахуванням можливостей формування індивідуальної освітньої траєкторії здобувачів освіти третього (освітньо-наукового) рівня. Навчальний курс присвячено вивченню сучасних екстремальних задач теорії наближення функцій та функціональних класів лінійними методами. Основна увага зосереджується на дослідженні оцінок наближення класів Вейля–Надя λ -методами підсумовування рядів та інтегралів Фур'є. Розглядаються екстремальні задачі теорії апроксимації, зокрема задача Колмогорова–Нікольського, що полягає у знаходженні асимптотичних рівностей для відхилень лінійних методів підсумовування від диференційовних функцій у рівномірній метриці. У курсі вивчаються наближення класів періодичних функцій сингулярними інтегралами типу Абеля–Пуассона, а також інтегралами Вейерштрасса, гармонійними, бігармонійними та тригармонійними інтегралами Пуассона.

<p>Мета і завдання освітнього компонента</p>	<p>Метою вивчення вибіркового освітнього компонента «Сингулярні інтеграли та їх апроксимативні властивості» є формування у здобувачів третього рівня вищої освіти системних знань про екстремальні задачі теорії наближення функцій та оволодіння сучасними методами дослідження апроксимативних властивостей лінійних методів підсумовування рядів і інтегралів Фур'є. Основними завданнями курсу є: вивчення екстремальних задач теорії наближення на класах диференційовних і періодичних функцій; ознайомлення з λ-методами підсумовування рядів та інтегралів Фур'є та їх апроксимативними властивостями; дослідження класів Вейля–Надя та методів їх наближення; аналіз задачі Колмогорова–Нікольського та отримання асимптотичних оцінок відхилень лінійних методів наближення; вивчення наближень класів функцій інтегралами Вейерштрасса та гармонійними, бігармонійними і тригармонійними інтегралами Пуассона; формування навичок самостійного наукового аналізу сучасних результатів теорії апроксимації.</p>
<p>Soft skills</p>	<p>Вивчення вибіркового освітнього компонента «Сингулярні інтеграли та їх апроксимативні властивості» сприяє набуттю здобувачами вищої освіти таких соціальних навичок (soft skills):</p> <ul style="list-style-type: none"> • здатність генерувати нові ідеї (креативність); • здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу; • здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань; • уміння працювати з сучасними науковими джерелами та математичними публікаціями; • навички постановки та розв'язування складних наукових задач; • здатність аргументовано презентувати результати теоретичних досліджень; • уміння формулювати наукові висновки та обґрунтовувати їх коректність; • розвиток навичок самостійної дослідницької діяльності та академічної доброчесності.

Структура освітнього компонента

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					*Форма контролю / Бали
	Усього	У тому числі				
		Лек.	Практ.	Конс.	Сам. роб.	
Змістовий модуль I. Екстремальні задачі теорії наближення						
Тема 1. Екстремальні задачі теорії наближення функцій. Лінійні методи наближення функціональних класів.	15	1	1	1	12	УО, РЗ, РМГ/ 5 б.
Тема 2. Класи періодичних функцій та класи Вейля–Надя. Властивості та основні характеристики.	20	2	2	2	14	УО, РЗ, РМГ/ 10 б.
Тема 3. λ -методи підсумовування рядів. Оцінки наближень класів Вейля–Надя.	19	2	2	1	14	УО, РЗ, РМГ/ 10 б.
Разом за змістовним модулем I	54	5	5	4	40	25 б.
Змістовий модуль II. Задача Колмогорова–Нікольського для сингулярних інтегралів						
Тема 4. Задача Колмогорова–Нікольського в теорії наближення. Асимптотичні рівності для величин відхилень лінійних методів у рівномірній метриці.	14	1	2	1	10	УО, РЗ, РМГ/ 5 б.
Тема 5. Наближення класів Вейля-Надя інтегралами Вейерштрасса та гармонійними інтегралами Пуассона.	24	2	3	1	18	УО, РЗ, РМГ/ 10 б.
Тема 6. Наближення класів Вейля–Надя бігармонійними та тригармонійними інтегралами Пуассона.	28	2	4	2	20	УО, РЗ, РМГ/ 10 б.
Разом за змістовним модулем II	66	5	9	4	48	25 б.
Контрольна робота						30 б.
ІНДЗ						20 б.
Всього годин/ балів	120	10	14	8	88	100 б.

* Форма контролю: УО – усне опитування, РЗ – розв’язування задач, РМГ – робота в малих групах.

Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів освіти включає:

1. Підготовка до практичних занять – 14 год;
2. Вивчення тем, що виносяться на самостійне опрацювання – 40 год:
 - λ -методи підсумовування інтегралів Фур'є.
 - Точні константи в екстремальних задачах теорії апроксимації та методи їх знаходження.
 - Апроксимативні властивості сум Фейєра та їх порівняння з λ -методами підсумовування.
 - Роль сингулярних інтегралів у задачах рівномірного наближення періодичних функцій.
 - Сучасні напрямки розвитку задачі Колмогорова–Нікольського та її узагальнення.
3. Виконання ІНДЗ – 20 год;
4. Систематизація вивченого матеріалу перед контрольною роботою – 14 год.

Оцінювання

Політика оцінювання та організація контрольних заходів здійснюється згідно з Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/yrNruzhM>).

Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Максимальна кількість балів за поточний контроль з освітнього компонента – 100 балів. Поточний контроль реалізується в різних формах, зокрема оцінюється робота на парах (усне опитування, розв'язування задач) (50 балів), самостійне виконання індивідуальних завдань (20 балів) та контрольна письмова робота (30 балів).

Згідно з Положенням про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/qtbVgtNu>) здобувачу можуть бути зараховані результати навчання, які отримані у формальній, неформальній та/або інформальній освіті.

Залік виставляється за результатами поточної роботи за умови, що здобувач освіти виконав ті види навчальної роботи, які визначено силабусом. У випадку, якщо здобувач освіти не відвідував окремі аудиторні заняття (з поважних причин), на консультаціях він має право відпрацювати пропущені заняття та добрати ту кількість балів, яку було визначено на пропущені теми. Якщо за результатами семестру здобувачем накопичено не менше 60 балів, і здобувач освіти погоджується із цим результатом, то оцінка за семестр виставляється без складання заліку в день, передбачений графіком заліково-екзаменаційної сесії. Якщо за результатами семестру накопичено менше 60 балів або здобувач освіти не погоджується із результатом, то він (вона) складає залік як ліквідацію академічної заборгованості, при цьому бали, накопичені за семестр, анулюються. Залік проходить у письмовій формі, здобувачу пропонується набір 2 завдань, що представляють змістові модулі курсу. Максимальна кількість балів під час ліквідації академічної заборгованості з заліку – 100. Повторне складання заліку допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету.

Критерії поточного оцінювання

При роботі здобувача на практичних заняттях оцінюються: систематичність роботи на практичних заняттях, рівень знань, продемонстрований у відповідях при усному опитуванні, активність при обговоренні питань. За перший та другий змістовні модулі здобувач може

отримати максимально 25 балів. Разом за роботу на практичних заняттях здобувач може отримати максимально 50 балів.

Оцінювання ІНДЗ здійснюється за 20-бальною шкалою. ІНДЗ подається викладачеві, який читає лекційний курс з даної дисципліни, не пізніше, ніж за 2 тижні до заліку.

Критерії оцінювання ІНДЗ:

20–18 балів ставиться в тому випадку, коли здобувач правильно розв'язує всі завдання, повністю описує пояснення ходу розв'язання, допускає лише неточності в оформленні чи помилку в обчисленні.

17–15 балів ставиться тоді, коли здобувач не повністю дослідив поставлені завдання або допустив деякі неточності (допустив помилки в обчисленнях або виконав 80% завдань.)

14–10 балів ставиться в тому випадку, коли здобувач не повністю розв'язав задачу або допускає помилки при розв'язанні практичних завдань, але виконано правильно не менше 70% від всіх даних йому завдань.

9–6 бали ставиться, коли здобувач під час розв'язування пропустив суттєві моменти розв'язання або допустив грубі помилки, виконав не менше 30% від загальної кількості запропонованих йому завдань.

5–1 бали ставиться, коли при підготовці ІНДЗ здобувач під час роботи показав незнання основних методів розв'язання, допустив грубі помилки, виконав менше 30 % від загальної кількості запропонованих йому завдань.

0 балів ставиться, якщо здобувач не здав ІНДЗ або жодного завдання не виконав правильно.

В кінці курсу заплановано підсумкову контрольну роботу, що оцінюється максимально в 30 балів.

Критерії оцінювання контрольної роботи:

30–27 балів ставиться, якщо здобувач правильно розв'язав практичні завдання, вміє пояснити методику розв'язання та зміст застосовуваного понятійного апарату і формул. Вміє аргументувати свої думки.

26–23 балів ставиться, якщо здобувач показує знання методики розв'язання практичних завдань та змісту застосовуваного понятійного апарату і формул. Проте допущені окремі незначні помилки у розв'язанні.

22–18 балів ставиться, якщо здобувач показує знання методики розв'язання практичних завдань та змісту застосовуваного понятійного апарату і формул. Проте допущені помилки у розв'язанні не дають можливості зробити правильні висновки.

17–11 балів ставиться, якщо здобувач частково розв'язав практичні завдання, але не спромігся аргументувати свою відповідь, помилився у використанні понятійного апарату та методики розв'язання задачі.

10–5 балів ставиться, якщо здобувач погано засвоїв основні поняття, не вміє розв'язувати більшість типових задач, допускає суттєві помилки.

4–0 балів ставиться, якщо здобувач неправильно розв'язав практичні завдання, показав незадовільне знання понятійного апарату, або взагалі нічого не відповів.

Питання до заліку

1. Поняття екстремальної задачі теорії наближення та її місце серед задач теорії апроксимації.
2. Лінійні методи наближення функціональних класів: означення, приклади, основні властивості.
3. Класи періодичних функцій та їх класифікація в теорії наближення.
4. Класи Вейля–Надя: означення, приклади та основні апроксимативні характеристики.
5. Поняття λ -методів підсумовування рядів Фур'є та умови їх регулярності.
6. Оцінки наближення класів Вейля–Надя λ -методами підсумовування рядів Фур'є.
7. Задача Колмогорова–Нікольського: формулювання та її значення в теорії наближення.
8. Асимптотичні рівності для величин відхилень лінійних методів наближення в рівномірній метриці.
9. Сингулярні інтеграли типу Абеля–Пуассона в задачах теорії апроксимації.
10. Наближення класів Вейля–Надя інтегралами Вейерштрасса: основні результати та оцінки.
11. Наближення класів диференційовних функцій гармонійними інтегралами Пуассона.
12. Бігармонійні інтеграли Пуассона та їх апроксимативні властивості на класах Вейля–Надя.
13. Тригармонійні інтеграли Пуассона та їх апроксимативні властивості на класах Вейля–Надя.
14. Порівняльний аналіз різних лінійних методів підсумовування в задачах рівномірного наближення.
15. Точні константи в екстремальних задачах теорії наближення та методи їх знаходження.
16. Роль λ -методів підсумовування інтегралів Фур'є в сучасній теорії апроксимації.
17. Зв'язок задачі Колмогорова–Нікольського з іншими екстремальними задачами теорії наближення.
18. Сучасні напрями розвитку екстремальних задач теорії апроксимації функцій.

Шкала оцінювання

Оцінка в балах за всі види навчальної діяльності	Лінгвістична оцінка
90 – 100	Зараховано
82 – 89	
75 – 81	
67 -74	
60 – 66	
1 – 59	Незараховано (необхідне перескладання)

Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно з Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/ttbVqYmy>).

Політика викладача щодо здобувача освіти

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://vnu.edu.ua/uk/statut-snu-imeni-lesi-ukrayinki>) і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/CtbVwTyi>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття; списування. Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування, навчання в рамках програм академічної мобільності) навчання може відбуватися в онлайн формі за погодженням із викладачем.

Визнання результатів навчання з ОК, які отримані у формальній освіті, здійснюється згідно «Положення про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнання результатів навчання шляхом перезарахування кредитів та результатів навчання, отриманих у формальній освіті, можливе: під час переведення, поновлення здобувача освіти до ВНУ імені Лесі Українки; за результатами навчання в рамках програм академічної мобільності; за результатами навчання, здобутими з використанням елементів дуальної освіти; під час навчання здобувача освіти у двох і більше закладах освіти або ОПП.

Політика щодо академічної доброчесності

Кожен здобувач вищої освіти повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/iteZgigl>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання завдань поточного контролю, завдань підсумкової контрольної роботи (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі запозичень ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право.

Під час оцінювання результатів навчання здобувачі вищої освіти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перескладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання. Прозвітуватися про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу. Індивідуальні завдання, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (бали будуть знижені на 10%).

Опитування

По завершенню курсу здобувачам вищої освіти буде надано анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу.

Рекомендована література

Методичне забезпечення

1. Грабова У.З., Кальчук І.В., Харкевич Ю.І. Сингулярні інтеграли типу Абеля-Пуассона та їх апроксимаційні властивості на класах Вейля-Надя: Монографія. Луцьк : Вежа-Друк, 2021. 140 с.
2. Yurii Kharkevych, Tetiana Zhyhallo, Kostiantyn Zhyhallo, Jozef Zajac. Approximation of classes of differentiable functions by Poisson integrals: monograf. Instytut Naukovo-Wydawniczy „Spatium”, Radom. Chełm, 2020. 150 p.
3. Кальчук І.В., Харкевич Ю.І. Екстремальні задачі теорії наближень на класах диференційовних функцій: монографія. Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2019. 176 с.
4. Жигалло Т.В., Жигалло К.М., Харкевич Ю.І. Методи теорії наближень на класах диференційовних функцій: навч. посіб. Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2017. 180 с.

Основна література

1. Kharkevych Yu. I., Zhyhallo T. V. Approximation of functions defined on the real axis by operators generated by λ - methods of summation of their Fourier integrals// Ukr. Math. Journal. 2004. 56, No 9. P. 1509–1525.
2. Stepanets A.I. Methods of Approximations Theory. VSP: Leiden, Boston, 2005. 919 p.
3. Korneichuk N.P. Exact Constants in Approximation Theory (Part of Encyclopedia of Mathematics and its Applications). Cambridge University Press, 1991. 452 p.

Додаткова література

1. Кальчук І.В., Харкевич Ю.І. Елементи теорії наближень: навч. посіб. Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2017. 166 с.
2. Powell M. J. D. Approximation Theory and Methods. Cambridge: Cambridge University Press, 1981. 336 p.
3. Cheney E. W. Introduction to Approximation Theory. 2nd ed. Providence: American Mathematical Society, 2000. 196 p.

Погоджено

Гарант освітньо-наукової програми

Гембарська С.Б.

Затверджено на засіданні кафедри теорії функцій та методик навчання математики протокол № 9 від 28 січня 2026 р.

Завідувач кафедри

Гембарська С.Б.

